$\mathbb{C}$ como um espaço métrico

Definição:Um **espaço métrico** é um par (X, d) em que $d : X \times X \to \mathbb{R}$ é uma função, denominada de **métrica** ou **distância**, que satisfaz as seguintes propriedades para todos $x, y, z \in X$

- $d(x, y) \geq 0$.
- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.
- $x, y \in X$, $d(x, y) = d(y, x)$.
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$.

Proposição:O conjunto $\mathbb{C}$, com a distância entre dois complexos $z, w \in \mathbb{C}$ dada por

$$d(z, w) = |z - w|,$$

é um espaço métrico.

Funções Complexas

Polinómios Complexos

$$P_n(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0,$$

com $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$

Teorema: Seja $P_n(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$ um polinómio de **coeficientes reais** $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$.
Então, se $w \in \mathbb{C}$ é uma raíz, ou zero, do polinómio $P_n(w) = 0 \Rightarrow$ o seu conjugado $\bar{w}$ também é, $P_n(\bar{w}) = 0$.

Funções Racionais

$$f(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \qquad D_f = \{z \in \mathbb{C} : Q(z) \neq 0\}.$$